

УДК 537.521

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРЕВА ЭЛЕКТРОДА В РАЗРЯДЕ****Ю.А. ЮДАЕВ, Т.В. КОЖАНОВА, М.Ю. ЮДАЕВ***Рязанский государственный агротехнологический университет, г. Рязань**E-mail: yu.yudaev@mail.ru***MODELING OF HEATING ELECTRODE IN GLOW****Y.A. YUDAEV, T.V. KOZHANOVA, M.Y. YUDAEV***Ryazan State Agrotechnological University, Ryazan***Аннотация**

Приводится модель и результаты численных расчетов процесса нагрева электрода в газовом разряде под действием потока заряженных частиц на адаптивной сетке.

**Ключевые слова:** Нагрев электрод, газовый разряд, адаптивная сетка.

**Summary**

A model and results of numerical calculations of the heating process of the electrode in a gas glow under the action of a stream of charged particles on the adaptive grid.

Summary of paper

**Key words:** Heating of the electrode in a gas glow, adaptive grid.

**Введение**

При существовании самостоятельного дугового разряда на катоде возникают катодные пятна, которые приводят к разрушению электрода. Потоки заряженных частиц бомбардируют поверхность электрода, вызывая ее нагрев. Выделение мощности на поверхности зависит от многих факторов, основными из которых являются: величина тока и напряжения на разрядном промежутке, материал катода, давление и род газа. Прямые измерения температуры в катодном пятне невозможны, поэтому количественную информацию можно получить с помощью численного моделирования теплового процесса.

**1. Физическая модель нагрева катода**

Полное уравнение теплопроводности Фурье, которое описывает процесс нагрева, имеет вид:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div}(-\lambda \operatorname{grad} T) - q = 0, \quad (1)$$

где  $\rho$  — удельная плотность материала,  $C$  — удельная теплоемкость,  $\lambda$  — удельная теплопроводность,  $q$  — тепловой поток [1].

Для решения уравнения теплопроводности оно должно быть дополнено граничными и начальными условиями, которые для рассматриваемого случая имеют следующий вид:

- за время существования катодного пятна температура на границе электрода не изменяется:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = 0; \quad (2)$$

- тепловой поток, подводимый к поверхности, рассчитывается при условии:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = F(t); \quad (3)$$

- через газ отводится тепло, которое определяется выражением:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = -h(T_s - T_a), \quad (4)$$

где  $T_s$  — температура стенки;  $T_a$  — температура в пятне;  $h$  — коэффициент конвективной теплоотдачи поверхности;

- количество тепла, отдаваемого рассматриваемой областью окружающему пространству изучением:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = -\varepsilon \sigma (T_s^4 - T_a^4), \quad (5)$$

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $\varepsilon$  — коэффициент излучения,  $\sigma$  — постоянная Больцмана.

Численное решение уравнения (1) с условиями (2) — (5) не представляет трудностей даже в том случае, когда свойства материала зависят от температуры. Однако известные осложнения возникают при расчетах членов, описывающих излучение, особенно при учете эффектов отражения, испарения материала и перехода к различным агрегатным состояниям.

Кроме того, не всегда точно известны законы изменения величин  $C$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ,  $\varepsilon$  от температуры.

## 2. Математическая модель теплового процесса

Решение уравнения теплопроводности (1) находилось методом конечных разностей в цилиндрической системе координат.

Для моделирования создавалась расчетная сетка, которая подстраивалась под специфику решаемой задачи. Равномерная дискретизация расчетной области по всему объему малоэффективна, т. к. в области приповерхностного слоя может оказаться недостаточное количество узлов, а в остальной области их число будет избыточным.

Применение адаптивной сетки позволяет проводить расчет уравнения теплопроводности более эффективно и учитывая различные факторы [2–7].

Для корректного задания граничных условий необходимо учесть главные факторы, определяющие подвод и отвод энергии от поверхности электрода.

При моделировании принималось, что в области выделения тепла на электродах действуют следующие потоки:

$P_e^+$  — тепловой поток, создаваемый электронами;  $P_i^+$  — тепловой поток, создаваемый ионной бомбардировкой;  $P_u^+$  — тепловой поток, создаваемый излучением разряда и нагретыми элементами;  $P_u^-$  — тепловой поток, отводящий энергию за счет излучения;  $P_{исп}^-$  — тепловой поток, отводящий энергию за счет испарения вещества.

Баланс мощности на электроде имеет вид:

$$P_k = P_i^+ + P_u^+ - P_e^- - P_u^- - P_{исп}^-. \quad (6)$$

## 3. Решение уравнения теплопроводности

Для решения нестационарных задач теплопроводности можно построить различные разностные схемы, которым будут присущи достоинства и недостатки.

При решении задачи использовалась разностная схема, являющаяся линейной комбинацией явной и неявной схем (схема Кранка — Николсона) [6]. Она имеет второй порядок аппроксимации по времени и является абсолютно устойчивой, но при нарушении условия монотонности изменения температуры, что характерно для импульсного нагрева, необходимо подбирать величину шага по времени. Уравнение теплопроводности (1) с характером распределения мощности по радиусу пятна в цилиндрической системе с

осевой симметрией имело начальные и граничные условия:

$$\begin{aligned}
 T(t, r, z)|_{t=0} &= T_0; \\
 -\lambda(T) \frac{\partial T(t, r, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} &= F_{\Sigma}^{+}(t, r) - F_{\Sigma}^{-}(t, r), \quad \text{при } 0 \leq r \leq r_0; \\
 -\lambda(T) \frac{\partial T(t, r, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} &= -F_{\Sigma}^{-}(t, r), \quad \text{при } r_0 < r \leq R; \\
 \frac{\partial T(t, r, z)}{\partial z} \Big|_{z=Z} &= 0, \quad \text{при } 0 \leq r < R; \\
 \frac{\partial T(t, r, z)}{\partial r} \Big|_{r=R} &= 0, \quad \text{при } 0 \leq z \leq D; \\
 F_{\Sigma}^{+}(t, r) &= f(P_{e,i}(r), t), \quad \text{при } 0 \leq r \leq r_0,
 \end{aligned} \tag{7}$$

где  $F_{\Sigma}^{+}$  – суммарный тепловой поток, падающий на электрод;  $F_{\Sigma}^{-}$  – суммарный тепловой поток, отводящий тепло;  $r_0$  – радиус катодного пятна;  $R$  – радиус электрода;  $D$  – толщина электрода.

Уравнение решалось численным методом. Устойчивость метода достигалась при использовании критерия Саульева [6].

В зависимости от того, в какой точке решается уравнение теплопроводности (на поверхности, во внутренней области или на боковых границах), аппроксимация правой части уравнения (1) осуществлялась левыми, правыми или центральными разностями.

Например, для точек, лежащих на поверхности расчетной области, выражение (1) заменялось дискретным уравнением:

$$\begin{aligned}
 T_{i+1,j,k} = a(T_{i,j,k}) \Delta t \Bigg( &\frac{1}{jh} \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}}{h} + \frac{T_{i,j-1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j+1,k}}{h^2} + \\
 &+ \frac{T_{i,j,k+2} - 2T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k}}{h^2} \Bigg) + T_{i,j,k}
 \end{aligned} \tag{8}$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned}
 T_{i,j,k} &= T_0, \quad \text{при } t = 0, \quad j = 1, 2, \dots, J, \quad k = 1, 2, \dots, K; \\
 T_{i,j,k} &= \frac{F_{\Sigma}^{+} - F_{\Sigma}^{-}}{\lambda(T_{i-1,j,k})} h + T_{i,j,k+1}, \quad \text{при } 0 \leq r \leq r_0; \\
 T_{i,j,k} &= -\frac{F_{\Sigma}^{-}}{\lambda(T_{i-1,j,k})} h + T_{i,j,k+1}, \quad \text{при } r > r_0.
 \end{aligned} \tag{9}$$

На рис. 1 и рис. 2 представлены результаты численных экспериментов.

При моделировании принималось равномерное выделение мощности  $P_s = 3,2 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>2</sup> на участке диаметром  $d = 1$  мм. Время горения дуги  $t_n = 10$  мс. Пространственные шаги по координатам  $r$  и  $z$  – 0,05 мм. Численные эксперименты проводились для стальных электродов.

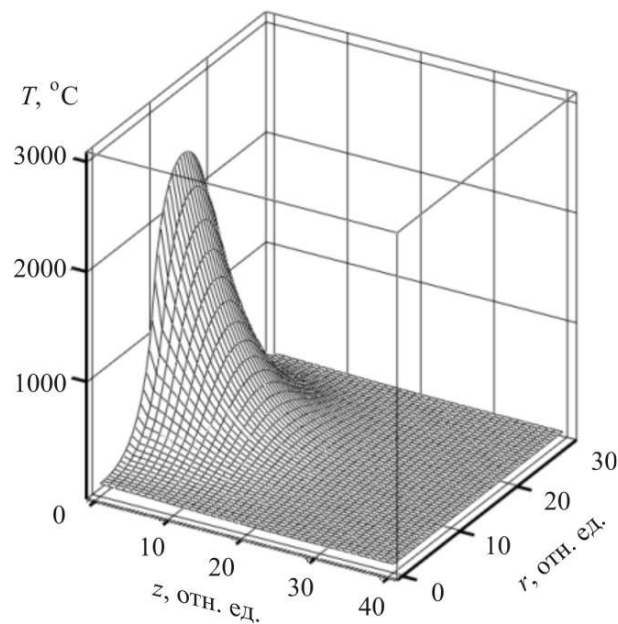


Рис. 1: Распределение температуры в зоне выделения мощности

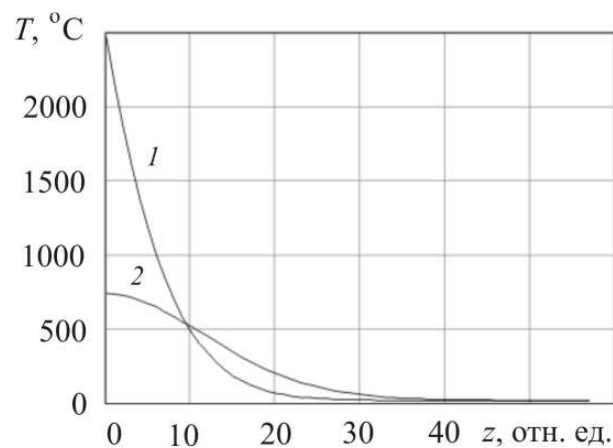


Рис. 2: 1 — Распределение температуры на оси зоны выделения мощности после окончания одного импульса нагрева; 2 — через 10 мс остывания

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Ши Д.** Численные методы в задачах теплообмена: Пер. с англ. — М.: Мир, 1988. — 544 с.
2. **Золотых Б.Н.** Физические основы электроискровой обработки. — М.: Гостехиздат, 1953. — 108 с.
3. **Арефьев А.С., Антошкин В.А., Юдаев Ю.А.** Моделирование процессов эрозии электродов газоразрядных приборов // Тез. докл. IX-ой конференц. по физике газового разряда. — Рязань, 1998. — Т. 2. — С. 108–109.
4. **Арефьев А.С., Антошкин В.А., Юдаев Ю.А.** Расчет электрического поля на иррегулярных сетках // Информатика и прикладная математика. — Рязань: РГПУ, 1999. — С. 31–37.

5. **Золотых Б.Н.** О физической природе процесса электроискровой обработки металлов // В сб. Электроискровая обработка металлов. — М.: Изд-во АН СССР, 1957. — Вып. 1. — С. 38–69.
6. **Саульев В.К.** Интегрирование уравнений параболического типа методом сеток. — М.: Наука, 1960. — 275 с.
7. **Богданова Н.П., Арефьев А.С., Юдаев Ю.А.** Развитие импульсного разряда в сильнооточных коммутаторах низкого давления с холодным катодом // Известия АН, серия физическая. — Т. 67, № 9. — 2003. — С. 1292–1295.

## REFERENCES

1. **Shih Tien-Mo.** Numerical Heat Transfer. — Wahington, New York, London: Springer-Verlag, 1984.
2. **Zolotykh B.N.** Physical basis of Electrical Discharge Machines [Fizicheskie osnovy elektroiskrovoi obrabotki]. — Moscow: Gostekhizdat, 1953. — 108 p. (in Russian)
3. **Arefiev A.S., Antoshkin V.A., Yudaev Y.A.** Simulation of processes of electrode erosion discharge tubes [Modelirivanie protsessov erozii elektrodov gazorazrjadnykh priborov] // Abstracts of IX conf. on gas discharge physics. — Rjazan', 1998. — V. 2. — P. 108–109. (in Russian)
4. **Arefiev A.S., Antoshkin V.A., Yudaev Y.A.** Calculation of the electric field on irregular grids [Raschjot elektricheskogo polja na irreguljarnykh setkakh] // Informatika i prikladnaja matematika. — Rjazan': RGPU, 1999. — P. 31–37. (in Russian)
5. **Золотых Б. Н.** On the physical nature of the process spark metalworking [O fizicheskoi prorode protcessa elektroiskrovoi obrabotki metallov] // Elektroiskrovaja obrabotka metallov. — Moscow: AS USSR, 1957. — Is. 1. — P. 38–69. (in Russian)
6. **Saul'ev V.K.** Integration of parabolic equations by the grid method [Integrirovanie uravnenii parabolicheskogo tipa metodom setok]. — Moscow: Nauka, 1960. — 275 p. (in Russian)
7. **Bogdanova N.P., Arefiev A.S., Yudaev Yu.A.** Increase of current density of pseudo-spark discharge in cold-cathode devices // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. — V. 67, № 9. — 2003. — P. 1291–1296.